

A re-reabilitação da teoria clássica do valor e o “problema da transformação” *

Gustavo Daou Lucas **

Resumo

Neste trabalho discute-se a evolução da teoria clássica do valor e da distribuição partindo da contribuição de Ricardo e Marx até chegar à sua formulação mais geral, a contribuição de Sraffa (1960), com foco especial em autores relativamente menos discutidos na historiografia mais tradicional da teoria econômica como Dmitriev (1898), Bortkiewicz (1907), Shibata (1933) e Seton (1957). A contribuição do presente trabalho é fazer isso usando uma formalização matemática comum de forma a comparar com clareza as contribuições destes autores. Veremos que entre estes autores menos conhecidos existe uma linha de continuidade - normalmente negligenciada na historiografia tradicional da teoria, que atribui a Sraffa a retomada da economia clássica - a respeito da problemática clássica do valor, partindo de conclusões originais válidas apenas em casos muito particulares até a demonstração das mesmas em casos muito mais gerais. O “problema da transformação” mostrar-se-á como uma parte (superada) desta história.

Palavras-chave: Teoria clássica do valor; Problema da transformação; Marx; Sraffa; Valor-trabalho.

Abstract

The re-rehabilitation of the classical theory of value and the “transformation problem”

In this article the evolution of the classical theory of value and distribution is scrutinized, starting from the original contributions of Ricardo and Marx to its most general presentation, from Sraffa (1960), with a special focus on less discussed contributions such as Dmitriev, Bortkiewicz, Shibata (1933) and Seton (1957). The contribution of the present work is to carry out a historical reconstruction using the same mathematical formalization in order to clearly compare all of the contributors. We will see that these contributions allow us to note an evolution - usually neglected among historians of economics, who tend to attribute the revival of classical economics solely to Sraffa - of the classical theory of value, which in its first versions is valid only under very restrictive assumptions, until its generalization to much more general cases. The “transformation problem” will be shown to be part (overcome) of it.

Keywords: Classical theory of value; Transformation problem; Marx, Sraffa; Labour-values.

JEL B12.

Introdução

O presente trabalho propõe-se a discutir a evolução da teoria clássica do valor e da distribuição partindo da contribuição de Ricardo e Marx até chegar à sua

* Artigo recebido em 1 de outubro de 2015 e aprovado em 21 de julho de 2017.

** Doutorando do Departamento de Economia e Estatística, Universidade de Siena, Siena, Toscana, Italia.

E-mail: gustavodlucas@gmail.com.

formulação mais geral com a contribuição de Sraffa (1960), passando pela contribuição de autores menos discutidos na história da teoria econômica mais tradicional como Dmitriev (1898), Bortkiewicz (1907), Shibata (1933) e Seton (1957)¹. Como veremos, levando em conta a contribuição destes autores menos conhecidos, observa-se uma evolução gradual da teoria clássica do valor e da distribuição: a proposição básica de que os preços relativos e uma variável distributiva endógena podem ser determinados através das técnicas dominantes e de uma variável distributiva exógena é demonstrada através de condições progressivamente mais gerais. Em suas primeiras formulações – sob o *pressuposto* que ficou conhecido como a “teoria do valor-trabalho” – a teoria só seria válida em casos muito restritos. Todavia, esta restrição é superada pouco a pouco pelos autores posteriores. Em Sraffa (1960) estes resultados são generalizados. Como será visto, no caso de “produção simples” – sem produtos múltiplos, terra ou capital fixo – os resultados de Sraffa (1960) deveriam ser considerados menos originais do que se pensava a época da sua publicação. Os resultados básicos demonstrados (e generalizados) pelo autor, já haviam sido demonstrados por estes autores, de forma que seria injusto atribuir a Sraffa tal descoberta. Isto é, os resultados mais inovadores de Sraffa parecem ser aqueles relacionados à parte II (capital fixo, produção conjunta e terra) e a parte III (teoria da escolha das técnicas) de sua obra, além da separação metodológica entre clássicos e marginalistas – elementos que não serão discutidos aqui.

Partiremos das formulações originais de Ricardo e Marx para, em seguida, discutir os autores menos conhecidos na historiografia tradicional. A razão para fazer isto é justamente a de entender de onde partiu Dmitriev, que serviu de base para Bortkiewicz, que inspirou Shibata e Seton. Estes autores explicitamente citam uns aos outros, de forma que não é um exagero afirmar que para este grupo de autores, existe uma clara linha de continuidade, pois eles partem dos avanços dos seus predecessores explicitamente. A exceção é o caso de Sraffa (1960), que partiu de Ricardo e Marx, e só descobriu estes autores em estágio bastante avançado da sua pesquisa, como demonstram Gehrke e Kurz (2006).

No que concerne às hipóteses assumidas, a discussão será feita exclusivamente no âmbito de produção simples (i.e., cada setor produz apenas um produto final a partir de insumos produzidos e trabalho). Adotaremos a formalização matemática mais comum na literatura de modelos econômicos lineares, originalmente proposta por Newman (1961), de forma a representar a contribuição

(1) Por exemplo, Kurz e Salvadori (1995), em sua exaustiva e rigorosa resenha dos autores que segundo eles representam a produção como um “fluxo circular”, não discutem nem a contribuição de Shibata (1933) e nem a de Seton (1957). Screpanti e Zamagni (2005) mencionam a contribuição de Shibata, mas não a de Seton. Roncaglia (2006) não discute a contribuição de Dmitriev e nem a de Shibata. Além disso, nenhum destes três livros-texto apresenta uma análise comparativa dos diferentes autores usando uma mesma formalização matemática.

de todos os autores usando um mesmo esquema analítico, permitindo ao leitor entender o processo cumulativo que as diversas contribuições constituem vistas em uma perspectiva histórica. Veremos também que o que ficou conhecido como o “problema da transformação”, na verdade é uma mera decorrência de uma incompreensão sobre o papel analítico da teoria do valor de Marx. Tal “problema” é apenas uma parte (superada) desta história.

1 Ricardo e a teoria do valor-trabalho como aproximação imprecisa

O postulado que estabelece que os preços relativos são dados pelo total de trabalho direta e indiretamente incorporado nas mercadorias – conhecido como “teoria do valor-trabalho” – foi adotado por D. Ricardo em sua principal obra, “Princípios de Economia Política e Tributação”, com o intuito de medir os agregados necessários para o cálculo da taxa de lucro sem ter que recorrer a uma teoria dos preços relativos.

Ricardo inicialmente formulou a hipótese da taxa de lucro surgir como excedente físico para o caso em que capital adiantado e produto bruto fossem constituídos por uma grandeza homogênea, o trigo no seu modelo simplificado publicado no “Ensaio sobre a influência do baixo preço do cereal sobre os lucros do capital”. Nesse caso não é preciso determinar preços relativos: a taxa de lucro é o quociente entre a quantidade excedente de trigo e o trigo adiantado como capital (“taxa de lucro material”). Supondo que o trigo é o único bem que entra na produção direta ou indiretamente de todos os bens da economia, a taxa de lucro será determinada por este setor e as condições técnicas de produção dos outros setores determinarão apenas os respectivos preços relativos. Ou seja, na teoria apresentada no Ensaio a distribuição entre salários e lucros é determinada sem incorrer no problema lógico de determinar a taxa de lucro – razão entre valor da produção líquida e valor do capital adiantado – a partir de preços, que por sua vez dependem da taxa de lucro.

Porém, como qualquer setor usa insumos produzidos por outros setores, o modelo do Ensaio é muito restritivo e inevitavelmente alguma teoria de preços relativos é necessária para medir de forma não circular os agregados como produção bruta e consumo necessário – do contrário não haveria como somar elementos heterogêneos que compõem estes agregados, como observa Sraffa (1953). Com o intuito de superar esta limitação – levantada por T. Malthus – presente em sua primeira formulação, Ricardo postula que as mercadorias são trocadas de acordo com o total de trabalho necessário (direta e indiretamente) para produzi-las – hipótese que ficou conhecida como “teoria do valor-trabalho”.

Isto é, Ricardo adota um postulado simplificador, como reconhece nas diversas exceções a esta ideia, apresentadas no primeiro capítulo dos Princípios, masque é útil para determinar de maneira não circular a taxa de lucro do sistema.

Claramente há uma inadequação da hipótese de que as mercadorias são trocadas de acordo com o total de trabalho direto e indireto nelas contido quando, por exemplo, a proporção em que trabalho direto e indireto são empregados é diferente entre as mercadorias, quando os processos possuem diferentes períodos de produção, ou quando são empregadas diferentes proporções entre capital circulante e capital fixo, como discute Ricardo (1817). Nestes casos a distribuição inevitavelmente afeta o preço relativo. Conforme observa Vianello (1987), Ricardo mostra este ponto em um exemplo numérico na seção IV do capítulo “Sobre o Valor” dos “Princípios”.

Neste exemplo, Ricardo discute o caso em que duas mercadorias possuem a mesma quantidade de trabalho incorporado, mas que se diferenciam em períodos de produção: a primeira mercadoria é produzida usando 20 trabalhadores (sem auxílio de insumos produzidos) no primeiro ano (trabalho indireto) e mais 20 trabalhadores no segundo ano para concluir o produto (trabalho direto) usando os insumos produzidos no primeiro ano; a segunda mercadoria é produzida empregando 40 homens em um ano apenas (trabalho direto apenas, sem auxílio de insumos produzidos). Podemos representar o exemplo numérico usando símbolos mais gerais da seguinte forma:

$$l_{0i} \rightarrow 1 \text{ unidade da mercadoria } i$$

$$l_{1j} \oplus l_{0j} \rightarrow 1 \text{ unidade da mercadoria } j$$

onde o símbolo $\oplus$ representa a combinação de elementos, l_{1j} é o trabalho indireto na mercadoria j , l_{0i} e l_{0j} representam o trabalho direto em i e j respectivamente. Logo, o preço relativo da mercadoria i será dado por

$$1) \quad \frac{p_j}{p_i} = \frac{(1+r)[wl_{0j}(1+r) + wl_{1j}]}{(1+r)wl_{0i}} = \frac{l_{0j}(1+r) + l_{1j}}{l_{0i}}$$

Onde w é o salário nominal e r a taxa de lucro uniforme, sendo os coeficientes de trabalho medidos em alguma unidade de tempo de trabalho (horas, dias, meses, ano etc.). Ricardo supõe ainda – apenas para expor o seu ponto – que o trabalho incorporado (soma do trabalho direto e indireto) em cada mercadoria é o mesmo $\lambda_j \equiv l_{0j} + l_{1j} = l_{0i} \equiv \lambda_i$, onde λ representa o trabalho incorporado (total de trabalho direto e indireto). Todavia, como pode ser visto na segunda igualdade acima, devido ao fato de que sobre o trabalho indireto a taxa de lucro incide mais de uma vez, o preço relativo dependerá da taxa de lucro.

O pressuposto de que o trabalho incorporado é igual em ambos os bens não é necessária: serve apenas para mostrar que mesmo nesse caso não vale a teoria do valor-trabalho. Além disso, os outros casos mais complexos que configuram exceções ao “princípio de que a quantidade de trabalho empregada na produção de

mercadorias regula seu valor relativo” também são discutidos por Ricardo no mesmo capítulo.

Apesar destas exceções, porém, a teoria do valor-trabalho seguiria como a melhor aproximação geral, segundo o autor. Postula-se que os preços são proporcionais ao total de trabalho direto e indireto contido nas mercadorias, logo

$$\frac{p_j}{p_i} = \frac{l_{0j} + l_{1j}}{l_{0i}}$$

e desta maneira é possível agregar os elementos que compõem o produto líquido e o capital da economia para obter a taxa de lucro sem incorrer no mencionado raciocínio circular de calcular a taxa de lucro a partir preços e vice-versa – interpretação defendida por Sraffa (1951), Garegnani (1984) e Lopes (2008)².

Supondo a validade da teoria do valor-trabalho e reduzindo todo o capital adiantado da economia a salários, a taxa de lucro ricardiana será dada pela razão entre trabalho incorporado no excedente (o produto líquido) e trabalho incorporado no consumo dos trabalhadores³, podendo ser representada matematicamente na seguinte forma, proposta por Garegnani (1984),

$$2) \quad r = \frac{L - L_n}{L_n} = \frac{L}{L_n} - 1$$

Onde L é o total de trabalho total empregado no período e L_n é o total de trabalho incorporado no consumo dos trabalhadores. A equação estabelece de maneira clara e não circular – pois não depende de preços – a proposição ricardiana de que existe uma relação inversa entre salário real (medido em trabalho incorporado) e taxa de lucro supondo como variáveis exógenas a cesta de bens que compõe o salário real e a tecnologia de produção.

2 Marx e a “transformação” como solução

Com a publicação do volume I de “O Capital”, muitas críticas foram feitas à hipótese adotada por Marx ao longo do livro, segundo a qual as mercadorias são trocadas de acordo com os seus valores-trabalho (“valores” simplesmente em Marx), isto é, o tempo total de trabalho incorporado direta e indiretamente nas mercadorias, utilizando as técnicas “socialmente necessárias”.

Da mesma maneira que Ricardo, Marx reconhecia a necessidade de uma teoria de preços relativos para lidar com o caso relevante onde o excedente físico é

(2) Alguns autores rejeitam esta interpretação sobre o papel analítico da teoria do valor-trabalho em Ricardo e sobre a taxa de lucro do *Ensaio*. Ver, por exemplo, Peach (1993) e Hollander (2000), entre outros.

(3) Como pode ser visto na seguinte passagem do capítulo *On Profits*: “(...) in all countries, and all time, profits depend on the quantity of labour requisite to provide necessaries for the labourers, on that land or with that capital which yields no rent (...)” (Ricardo, 1817).

uma grandeza heterogênea (isto é, composta por elementos não somáveis)⁴. Diferentemente de Ricardo, porém, Marx não supunha que a hipótese de que preços são proporcionais às quantidades de trabalho incorporado (valor-trabalho) seria a melhor aproximação geral: preços e valores-trabalho são em geral diferentes para cada mercadoria individualmente, porém seus desvios se anulariam no agregado. Por esta razão, no volume I, onde lida com agregados, Marx não diferencia preços e valores-trabalho, de forma que para o agregado da economia valeria a teoria do valor-trabalho; esta questão só é discutida em mais detalhes no volume III, onde explica porque os preços de produção das mercadorias são diferentes dos seus valores-trabalho. Nesta obra, Marx apresenta o conhecido algoritmo da “transformação” com o intuito de solucionar o problema clássico de calcular os preços relativos e a taxa de lucro tomando como variáveis exógenas o salário real e a tecnologia de produção.

O algoritmo consiste em calcular a taxa de lucro “antes” dos preços (e assim evitar o raciocínio circular preços-lucro) a partir dos valores-trabalho para inseri-la como uma margem sobre os custos de produção. O valor-trabalho de uma mercadoria é decomposto por Marx em três partes. O “capital constante” é o total de trabalho incorporado nos meios de produção de um setor, o “capital variável” é o total de trabalho incorporado na folha salarial do setor e a mais-valia consiste no trabalho-incorporado na folha salarial que não é paga ao trabalhador, pois é expropriada pelos capitalistas através do sistema de preços. Olhando por outro ângulo, o valor-trabalho de uma mercadoria consiste no trabalho incorporado em seus insumos (“trabalho morto”) e no trabalho incorporado diretamente na produção (“trabalho vivo”). O “trabalho vivo” é o valor adicionado na produção, do qual uma parte é apropriada pelo trabalhador e outra pelo capitalista; o “trabalho morto” é apenas parte do produto bruto. Marx representa as técnicas de produção segundo a combinação de “capital constante” e “capital variável” da seguinte forma:

$$C_i \oplus V_i \rightarrow \lambda_i x_i$$

Isto é, a combinação de capital constante e variável produz um total de trabalho incorporado $\lambda_i x_i$.

(4) Como demonstra a seguinte passagem em que discute a contribuição dos fisiocratas: “*The sum total of the means of subsistence which the labourer consumes from one year to another, or the mass of material substance which he consumes, is smaller than the sum total of the means of subsistence which he produces. In manufacture the workman is not generally seen directly producing either his means of subsistence or the surplus in excess of his means of subsistence. The process is mediated through purchase and sale, through the various acts of circulation, and the analysis of value in general is necessary for it to be understood. In agriculture it shows itself directly in the surplus of use-values produced over use-values consumed by the labourer, and can therefore be grasped without an analysis of value in general, without a clear understanding of the nature of value.*” (Marx, 1863). Ver Steedman (1977) para mais fontes de base textual a respeito do papel analítico da teoria do valor em Marx.

De forma a dar maior precisão ao significado destes conceitos, a partir de agora, usaremos a formalização matemática proposta por Newman (1961) e popularizada em livros, como os de Abraham-Frois & Berrebi (1976), Pasinetti (1977) e Kurz & Salvadori (1995). Podemos representar o trabalho incorporado nas mercadorias da seguinte maneira: seja $\mathbf{A}$ uma matriz quadrada (de dimensão n) de coeficientes técnicos de produção a_{ij} , que representam o quanto do insumo i é usado na produção de uma unidade da mercadoria j , $\mathbf{l}$ é vetor-linha de coeficientes l_i de (tempo de) trabalho diretamente necessários à produção de uma unidade da mercadoria i . Ou seja, o setor i possui a seguinte técnica de produção.

$$a_{1i} \oplus \dots \oplus a_{ni} \oplus l_i \rightarrow 1 \text{ unidade da mercadoria } i$$

Temos que $\mathbf{\Lambda}$ é o vetor-linha de elementos λ_i que representam o total de trabalho direta e indiretamente necessário a produção da mercadoria à produção de 1 unidade da mercadoria i . O total de trabalho incorporado (“valor-trabalho”) em cada mercadoria é dado pela expressão:

$$3) \quad \mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda A} + \mathbf{l}$$

Onde o primeiro elemento do lado direito representa o vetor de indireto (“trabalho morto” ou “capital constante”) e o segundo elemento o vetor de trabalho direto (“capital variável” e “mais-valia”, ou “trabalho vivo”). O vetor de valores-trabalho também pode ser representado como:

$$4) \quad \mathbf{\Lambda} = \mathbf{l(I - A)^{-1}} = \mathbf{l + lA + lA^2 + lA^3 + \dots}$$

Onde, novamente, o primeiro termo à direita da segunda igualdade é o trabalho direto. Os outros termos representam o quanto seria necessário de trabalho para produzir os insumos nas diferentes fases do processo produtivo se vigorasse a tecnologia adotada (“técnica socialmente necessária”), isto é, o trabalho indireto.

Para calcular a taxa de mais-valia, Marx define o conceito de “valor da força de trabalho” como sendo o tempo de trabalho contido nos bens necessários à reprodução do trabalhador. Esta cesta de bens é dada por padrões históricos e sociológicos e é considerada dada em uma determinada época, não necessariamente estando relacionada a um mínimo fisiologicamente necessário à reprodução da força de trabalho. O valor da força de trabalho v será dado por:

$$5) \quad v = \mathbf{\Lambda b}$$

Onde $\mathbf{b}$ é o vetor-coluna composto pelos elementos da cesta salarial. A taxa de mais valia será dada, então, por:

$$6) \quad e = \frac{1-v}{v}$$

Logo, para o total produzido de uma mercadoria teremos que seus custos em valor-trabalho serão dados por

$$C_i \equiv \Lambda A_i x_i$$

$$V_i \equiv v l_i x_i$$

Onde A_i é i -ésima coluna da matriz, composta pelos coeficientes de produção da mercadoria i . Ou seja, apesar de Marx não utilizar este esquema analítico, sua representação da tecnologia pode ser univocamente representada pelo mesmo. Além disso, seu pressuposto de que todos os processos usam capital constante é claramente contrastante com a visão de Ricardo (mais a seguir).

Uma vez conhecida a produção dos setores dada pelo vetor-coluna $\mathbf{x}$, os agregados marxianos são dados por:

$$7) \quad \Lambda \mathbf{x} = \Lambda \mathbf{A} \mathbf{x} + \Lambda \mathbf{b} \mathbf{l} \mathbf{x} (1 + e) = C + V + S$$

onde C é o total investido como capital constante, V o total de trabalho incorporado na folha salarial da economia e S é o total de excedente apropriado pelos capitalistas (mais-valia) – isto é, os agregados marxianos.

Como observado por Marx, o argumento de que as mercadorias são trocadas de acordo com seus valores-trabalho não faz sentido, pois não seria compatível com a ideia de que a mobilidade de capital em busca do maior retorno possível gera uma tendência à uniformidade da taxa de lucro. Caso fossem trocadas de acordo com seus “valores” as mercadorias que possuem maior proporção de trabalho direto renderiam taxas de retorno muito maiores que aquelas que possuem maior proporção de trabalho indireto. Para resolver este impasse, Marx propõe o algoritmo da transformação dos valores-trabalho em preços de produção.

O algoritmo consiste em calcular a taxa de lucro, supondo que as mercadorias são trocadas de acordo com seus valores-trabalho, e depois inseri-la sobre os custos (capital constante e capital variável) de cada setor. Isto é, a taxa de lucro é dada sem menção a preços pela expressão:

$$8) \quad \bar{r} = \frac{\Lambda(\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{b} \mathbf{l}) \mathbf{x}}{\Lambda(\mathbf{A} + \mathbf{b} \mathbf{l}) \mathbf{x}} = \frac{S}{C + V}$$

Uma vez calculada, os preços serão dados pelo vetor-linha:

$$9) \quad \mathbf{p} = (1 + \bar{r})(\Lambda \mathbf{A} + \Lambda \mathbf{b} \mathbf{l})$$

Decorre do método de Marx que a soma dos preços é igual à soma dos valores-trabalho pois:

$$10) \quad \mathbf{p} \mathbf{x} = (1 + \bar{r})(\Lambda \mathbf{A} \mathbf{x} + \Lambda \mathbf{b} \mathbf{l} \mathbf{x}) = C + V + r(C + V)$$

Isolando a mais-valia na equação (1.9) e substituindo em (1.11) obtém-se que a igualdade preços e valores-trabalho no agregado:

$$11) \quad \mathbf{px} = \mathbf{\Lambda x}$$

Além disso, a massa de lucro nada mais seria do que a massa de mais-valia redistribuída, pois:

$$12) \quad \Pi = r(C + V) = S$$

Este é o algoritmo da “transformação” apresentado no volume III por Marx: a partir dos valores-trabalho calcula-se a taxa de lucro e obtém-se os preços de produção. As mercadorias são trocadas de acordo com os preços, que, por construção, nada mais são do que valores-trabalho redistribuídos. Além disso, os lucros nada mais são que a mais valia redistribuída. Estas proposições, representadas pelas duas últimas equações, ficaram conhecidas como as duas igualdades marxianas – ou também os dois postulados de invariância, uma vez que o método de Marx *supõe* essas igualdades.

Ou seja, embora não valha a teoria do valor-trabalho para cada mercadoria, no agregado ela continua sendo válida. Além disso, o procedimento é sequencial: valores-trabalho possuem a prioridade lógica, com eles calcula-se a taxa de lucro e, por último, os preços. Para Marx, os desvios dos preços em relação aos “valores” no agregado anulam-se, de maneira que embora o método não fosse considerado perfeito pelo autor também não aparentava oferecer maiores problemas⁵.

3 Observações sobre a taxa de lucro em Ricardo e Marx

Um avanço importante de Marx em relação a Ricardo é o que se refere à representação da produção como um processo “circular” – i.e., em que mercadorias são produzidas por meio de mercadorias, não havendo nenhum processo produtivo sem meios de produção produzidos. Como apontado por De Vivo (1982) e Vianello (1998), à luz da evolução da teoria clássica, isso foi um grande avanço, pois permitiu acabar com a ideia presente em Ricardo de que a taxa de lucro dependia apenas da relação trabalho excedente e trabalho incorporado nos bens salário, ignorando o fato de que bens de capital estão sempre presentes em qualquer processo produtivo. Marx criticava Ricardo por este supor que todo o capital adiantado poderia ser

(5) Como mostra a famosa passagem do volume III, onde Marx discute a possibilidade dos desvios entre preços e valores-trabalho serem significativos: “*We had originally assumed that the cost-price (sinônimo de preço de produção) of a commodity equalled the value of the commodities consumed in its production. But for the buyer the price of production of a specific commodity is its cost-price, and may thus pass as cost-price into the prices of other commodities. (...) there is always the possibility of an error if the cost-price of a commodity in any particular sphere is identified with the value of the means of production consumed by it*” (Marx, 1894, negrito não presente no original).

reduzido a salários, de forma que Ricardo confundia a taxa de lucro com a taxa de mais-valia, segundo o primeiro.

Neste caso, a taxa de lucro poderia ser infinita se a massa salarial medida em trabalho incorporado (capital variável) fosse zero. Isso pode ser visto reescrevendo a taxa de lucro de Marx:

$$13) \quad r = \frac{L - L_n}{C + L_n}$$

Assim, com o conceito de capital constante, Marx reintroduz⁶ na teoria econômica a interdependência setorial da produção, como observam Leontief (1948) e Sraffa (1960)⁷.

Todavia, a taxa de lucro ricardiana, apesar de implicitamente supor uma representação irrealista dos processos produtivos – isto é, que existe uma “avenida unidirecional” [Sraffa, 1960] que vai dos processos originários aos bens finais – possui uma vantagem fundamental em relação à equação de Marx: o fato de só incluir a relação entre produto líquido e capital adiantado (no caso de Ricardo o capital pode ser todo reduzido a salários) dos setores que produzem os bens-salário da economia, enquanto que em Marx as condições técnicas de todos os setores da economia influenciam a taxa de lucro do sistema.

4 Dmitriev e a generalização do sistema ricardiano

Dmitriev [1898] é o primeiro a formalizar matematicamente o sistema ricardiano e confirma o ceticismo de Ricardo em relação à hipótese de que as mercadorias são trocadas de acordo com o total de trabalho incorporado: a sua validade é restrita a casos muito particulares. O primeiro deles seria o caso em que todos os setores utilizam apenas trabalho – sem o uso de meios de produção produzidos – de forma que os preços seriam proporcionais ao trabalho direto (pois não há trabalho indireto por definição). O segundo caso em que valeria a hipótese simplificadora de Ricardo seria quando a proporção entre trabalho direto e indireto fosse à mesma em todos os setores – isto é quando as duas séries de redução a trabalho a datado são linearmente dependentes (ver abaixo). O terceiro caso seria quando a taxa de lucro fosse nula.

(6) Como Marx reconhece esta concepção do sistema capitalista já estava presente no *tableau économique* de F. Quesnay, porém desaparece nas obras de Adam Smith e Ricardo.

(7) Estas propriedades ficarão mais claras na sessão seguinte, sobre o economista russo Dmitriev, uma vez que este faz uma representação matemática fiel das proposições de Ricardo. Todavia, o exemplo numérico de Ricardo já deixa claro isso: o bem i é produzido sem auxílio de insumos e o outro bem utiliza insumos que foram produzidos no período anterior também sem auxílio de insumos produzidos.

Dmitriev (1898) define os processos produtivos da seguinte forma

$$l_{ik} \oplus \dots \oplus l_{i0} \rightarrow 1 \text{ unidade da mercadoria } i$$

onde l_{ij} representa o coeficiente de trabalho no estágio de produção j da mercadoria i . Se j é igual à zero, estamos lidando com o trabalho direto do processo produtivo, para outros valores de j , representará o trabalho indireto (“morto”, nos termos de Marx), sendo k o “estágio inicial” de produção (conceito que ficará claro mais à frente). Desta forma, é o primeiro autor a reduzir matematicamente os preços a uma série de trabalho datado, como observaram Kurz e Salvadori (2000). Seu sistema de preços é da forma:

$$14) \quad \mathbf{p} = (1+r)w[\mathbf{l}_0 + (1+r)\mathbf{l}_1 + (1+r)^2\mathbf{l}_2 + \dots + (1+r)^k\mathbf{l}_k]$$

Isto é, o preço de cada mercadoria pode ser expresso como a soma dos salários pagos a uma série de quantidades de trabalho datado supondo as condições de produção do presente, onde $\mathbf{l}_i$ representa o trabalho datado do período i e o termo $(1+r)^i$ o fator de capitalização no prazo em que o salário foi pago até a venda da mercadoria. A redução de Dmitriev, usando o esquema analítico do presente trabalho, pode ser representada da seguinte forma:

$$15) \quad \mathbf{p} = (1+r)w[\mathbf{l} + (1+r)\mathbf{lA}^1 + (1+r)^2\mathbf{lA}^2 + \dots + (1+r)^k\mathbf{lA}^k]$$

Onde os termos $\mathbf{lA}^i$ representam os componentes de trabalho indireto (trabalho datado do período i).

Supondo o salário dado pela cesta de mercadorias $\mathbf{b}$:

$$16) \quad w = \mathbf{pb}$$

O sistema (1.15) possui n equações de preços e $n+2$ incógnitas (n preços, w). Com a equação (1.16) e fixando um numerário o sistema fica determinado. Usando o salário como numerário, fica provada a relação inversa entre salários e lucros (Dmitriev, 1974, p. 57):

$$\frac{\mathbf{p}}{w} = (1+r)[\mathbf{l} + (1+r)\mathbf{lA}^1 + (1+r)^2\mathbf{lA}^2 + \dots + (1+r)^k\mathbf{lA}^k]$$

A expressão acima mostra que todos os preços em unidades de salário aumentarão com a taxa de lucro, logo, o salário real (o inverso da expressão acima) cairá para qualquer numerário utilizado.

Com isso, Dmitriev contribui de forma seminal para a tradição clássica: é o primeiro economista a empregar o uso de equações simultâneas nesta tradição, demonstrando em condições gerais (isto é, além daquelas em que vale a teoria do valor-trabalho) que a taxa de lucro depende apenas do salário real e das condições

técnicas de produção das indústrias que produzem os bens salário. Dmitriev demonstra que o sistema de preços é determinado, respondendo à crítica de Walras [1874] aos economistas clássicos, segundo o qual, os clássicos tentavam determinar preços e taxa de lucro usando “uma equação e duas incógnitas”. Isto é, segundo a reconstrução de Walras (1874) da teoria clássica (“teoria inglesa”, nos termos de Walras) haveria um raciocínio circular na mesma: os salários são determinados pela teoria dos salários, mas para determinar os preços e taxa de lucro ainda permaneceria a circularidade, pois estariam calculando os preços a partir da taxa de lucro e a taxa de lucro como diferença entre os preços e os salários. Dmitriev (1898) conclui que as variáveis exógenas usadas por Ricardo (salário real e tecnologia) são suficientes para calcular a taxa de lucro e os preços relativos mostrando que a crítica de Walras não possui fundamento e é baseada em uma reconstrução equivocada do argumento original.

Todavia, a construção de Dmitriev herda de Ricardo o problema de reduzir todo o capital da economia a salários. Isso pode ser visto em sua equação de redução a trabalho datado finita, terminando no período k , onde a produção ocorreria sem meios de produção produzidos – isto é, seria possível reduzir “voltar” na cadeia produtiva até um processo originário em que não usa insumos produzidos, como – implicitamente – em Ricardo⁸. Desta maneira, é possível reduzir todo o capital da economia a salários e, portanto, não há um limite superior para a taxa de lucro caso a folha salarial seja nula.

Esta propriedade fica mais clara quando se compara a estrutura implícita da tecnologia usada por Dmitriev com a usada por Marx, por exemplo. A matriz $\mathbf{A}$ precisa possuir uma forma muito específica no caso de Dmitriev e Ricardo, devido à hipótese de que cada processo usa como insumo apenas os bens produzidos por trabalho em períodos anteriores, até chegar a um processo que só usa trabalho, sem insumos produzidos⁹. A forma matricial desta concepção dos processos produtivos seria, no caso geral, do tipo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Onde a primeira coluna só possui elementos nulos, pois representa o processo “originário” que só utiliza trabalho. A segunda coluna possui apenas o

(8) Se a matriz $\mathbf{A}$ é triangular superior (como em Ricardo e Dmitriev) de dimensão $n \times n$, então: $\mathbf{A}^n = \mathbf{0}$.

(9) Como podemos ver na seguinte passagem “*Ascending ever higher and higher to ‘production goods of higher orders’ (...), let us finally arrive at a capital good (or capital goods) produced solely by current labour*” (Dmitriev, 1904, p. 53-54).

primeiro elemento não-nulo pois apenas o bem 1, produzido sem capital, pode ser usado como insumo para o segundo processo e assim por diante. A diagonal principal é nula, pois o próprio bem não pode servir de insumo do processo que o produz dentro da concepção do processo produtivo como uma “avenida unidirecional” dos fatores primários (trabalho) até os bens que utilizam, progressivamente, mais insumos produzidos. Isto é:

$$\begin{cases} a_{ij} \geq 0, \forall j > i \\ a_{ij} = 0, \forall j \leq i \end{cases}$$

Portanto, a afirmação de Nuti (1968, p.16) de que o sistema de Dmitriev corresponderia a uma matriz tecnológica com todos os componentes iguais a zero não procede. O fato de que os processos produtivos são representados por Dmitriev através de séries finitas de trabalho datado não significa que não seja possível representá-los através da matriz de tecnológica – significa apenas que esta possui uma forma particular.

Supondo que alguns destes bens produzidos compõem a cesta salarial **b**, a matriz aumentada, isto é, de requerimentos de mercadorias tanto do ponto de vista tecnológico como salarial é:

$$17) \quad \mathbf{A} \equiv \mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{l}$$

Que assumirá uma forma diferente da tecnológica, pois os elementos da diagonal principal e abaixo poderão ser positivos. Isto é, a matriz aumentada não segue a forma implícita na concepção de Ricardo e Dmitriev, pois o salário real é dado e antecipado, o que faz com que haja alguma circularidade no sentido de Sraffa [1960] no processo produtivo: os bens que servem para o sustento para a força de trabalho participam da produção de forma semelhante aos insumos diretos. Desta forma a taxa de lucro será finita e dada pelo autovalor dominante da equação:

$$18) \quad \mathbf{p}(\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}^+) = \mathbf{0}$$

Logo:

$$19) \quad r^* = \frac{1}{\alpha^*} - 1$$

Todavia, as implicações da “avenida unidirecional” – metáfora usada por Sraffa (1960) para descrever esta concepção de capital, também usada pelos autores da escola austríaca como E. Bohm-Bawerk- ficam claras se supusermos que a cesta salarial é nula. O determinante da matriz $\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}$ precisa ser nulo para que haja solução com significado econômico, logo

$$20) \quad \det(\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \det \begin{bmatrix} \alpha & -a_{12} & -a_{13} & \dots & -a_{1n} \\ 0 & \alpha & -a_{23} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -a_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha \end{bmatrix} = 0$$

Devido aos elementos nulos abaixo da diagonal principal, o determinante será dado pela equação homogênea de grau n :

$$21) \quad \alpha^n = 0$$

O autovalor será nulo neste caso – o que implica pela equação anterior que a taxa de lucro é infinita quando o salário real é zero (determinada pelo autovalor de $\mathbf{A}$)¹⁰.

Caso não exista nenhum processo puramente “homem-natureza” (como na popular metáfora da ilha de Robinson Crusóé), sempre haverá a necessidade de usar insumos produzidos, de forma que a taxa de lucro será sempre limitada por este requerimento mínimo de capital na produção. Em termos matemáticos, pelo menos alguns elementos da diagonal principal e abaixo desta serão sempre positivos, o que fará com que o autovalor não seja zero e com que a taxa de lucro seja sempre finita.

Ou seja, diferentemente de Marx e de autores posteriores, a representação das técnicas de produção como uma série finita de trabalho datado em Ricardo e Dmitriev faz com que a taxa de lucro não possua um limite superior – “mesmo que os trabalhadores pudessem viver de ar”, parafraseando Marx, em passagem citada por Sraffa [1960]. No caso geral, porém, em que o salário real é um vetor semi-positivo, a solução do sistema de preços levará a resultados *aparentemente* semelhantes (taxa de lucro finita) aos dos autores que incorporam de fato a natureza circular do processo produtivo.

5 Bortkiewicz e a correção do sistema marxiano

Influenciado pelo trabalho de Dmitriev, o economista L. V. Bortkiewicz (1907b)¹¹ faz críticas ao algoritmo da “transformação” de Marx: de acordo com este, os insumos não são comprados aos seus preços, mas sim aos seus valores-trabalho – o que não faz sentido, pois as mercadorias não possuem dois preços, um de compra

(10) É importante deixar claro que Dmitriev (1898) não utiliza este método – os teoremas de Perron-Frobenius sobre autovalores e auto vetores de matrizes semi-positivas – para calcular a taxa de lucro. O autor conta o número de equações e variáveis e, da igualdade de ambos, conclui que o sistema é determinado. Portanto, pode-se argumentar que o autor não demonstra nem a unicidade e nem a existência (com significado econômico, i.e., de valores estritamente positivos para preços e lucro) da solução. De fato, tal prova só torna-se possível com o uso dos teoremas de Perron-Frobenius.

(11) Sweezy (1936) é o responsável pela divulgação do trabalho do autor para um público mais amplo.

(valor-trabalho) e outro de venda (preço de produção), como fica implícito no algoritmo marxiano.

Bortkiewicz usa o esquema analítico de Marx (isto é, representa os processos usando capital constante e capital variável) em uma versão agregada para três setores (bem de capital, bem de consumo e bem de luxo). Bortkiewicz também faz uso da hipótese de “reprodução simples” (i.e., estado estacionário). Sua solução consiste no seguinte sistema de três equações:

$$\begin{aligned} \rho_1 \lambda_1 &= (1+r)(\rho_1 c_1 + \rho_2 v_1) \\ 22) \quad \rho_2 \lambda_2 &= (1+r)(\rho_1 c_2 + \rho_2 v_2) \\ \rho_3 \lambda_3 &= (1+r)(\rho_1 c_3 + \rho_2 v_3) \end{aligned}$$

Onde c_i e v_i representam respectivamente o capital constante e variável do setor i normalizados por unidade de produto e ρ_i representa razão preço-valor do agregado de valor-trabalho, isto é:

$$23) \quad \rho_i = \frac{p_i}{\lambda_i}$$

Bortkiewicz supõe reprodução simples, logo:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= c_1 + c_2 + c_3 = I_B \\ 24) \quad \lambda_2 &= v_1 + v_2 + v_3 = C_W \\ \lambda_3 &= s_1 + s_2 + s_3 = C_K \end{aligned}$$

Isto é, o total produzido no setor de bem de capital é realizado como investimento bruto I_B (não há investimento líquido em estado estacionário), o total da produção do setor 2 é realizado como consumo dos trabalhadores (C_W) e o total da produção do setor 3 é realizado como bem de consumo de luxo (C_K). Usando como numerário um dos bens, isto é, igualando a unidade uma das razões preço-valor (ou, em outros termos, fixando um preço igual ao valor-trabalho), o sistema fica determinado: a partir do capital variável, do capital constante e do valor-trabalho dos bens, os preços relativos e a taxa de lucro são determinados simultaneamente. Além disso, a terceira equação pode ser eliminada para determinar a taxa de lucro. Bortkiewicz [1907b] conclui que:

1) Para a determinação da taxa de lucro, só importam as condições de produção dos setores que produzem o bem de capital (capital constante) e bem de consumo dos trabalhadores. Isto é, só importam as condições de produção dos setores que são usados diretamente ou indiretamente por todos os outros setores. Uma mudança nas condições de produção dos bens de luxo só muda o preço relativo dos mesmos. Além disso, em relação à Dmitriev [1974] e ao próprio

Bortkiewicz [1907a], o sistema incorpora corretamente o aspecto circular da produção, pois não há nenhum setor que não emprega capital.

2) A taxa de lucro não pode ser calculada “antes” dos preços como em Marx (“sucessivismo”, nos termos de Bortkiewicz), mas sim simultaneamente.

3) Não valem simultaneamente os dois postulados de invariância de Marx. Um deles pode ser usado como numerário, porém não valerá o outro. Ou seja, no caso geral não ocorre “transformação” strictu-sensu [Abraham-Frois e Berrebi, 1979]: preços não são valores-trabalho redistribuídos e a massa de lucro não é a mais-valia redistribuída, simultaneamente.

6 Shibata e a irrelevância dos valores-trabalho

A solução de Bortkiewicz representa um avanço para a abordagem clássica em geral, pois possui como evolução em relação à contribuição de Dmitriev o tratamento adequado da circularidade dos processos produtivos¹² porém apresenta alguns problemas que só foram solucionados posteriormente.

O primeiro deles diz respeito à hipótese de “reprodução simples” (i.e., estado estacionário). Como foi mostrado por Shibata [1933] não é necessária nenhuma hipótese sobre a composição da demanda agregada – isto é, não são necessárias as equações que definem o padrão de acumulação – para que haja uma solução para o problema clássico de calcular os preços e a taxa de lucro tomando como dadas a tecnologia e o salário real.

Shibata [1933] abandona inclusive as razões preço-valor e a representação das técnicas em trabalho incorporado utilizando um sistema de equações simultâneas que usa preços e coeficientes de mercadorias apenas (esquema insumo-produto), antecipando alguns resultados de Sraffa [1960]. De fato, o autor apresenta um sistema de dois bens básicos e um não-básico, ouro, que serve de numerário:

$$\begin{aligned}p_k &= (1+r)(p_k a_{kk} + p_c a_{ck}) \\p_c &= (1+r)(p_k a_{kc} + p_c a_{cc}) \\p_g &= (1+r)(p_k a_{kg} + p_c a_{cg}) = 1\end{aligned}$$

Onde os coeficientes de produção a_{ij} representam o quanto do bem j é usado para produzir uma unidade do bem i . Os coeficientes de bens de consumo representam os salários pagos na economia. O sistema é, portanto, determinado sem conhecer os valores-trabalho, como observa Shibata (1933) de forma pioneira¹³.

(12) Em Bortkiewicz (1906-07) o autor compartilha das mesmas hipóteses de Dmitriev. Todavia, em Bortkiewicz (1907b), os três departamentos utilizam insumos produzidos, isto é, a produção é circular.

(13) É interessante observar que o autor alega ter tido acesso à obra de Bortkiewicz, mas que chegou a essas conclusões de forma independente, o que nos parece muito claro dado o grande avanço e originalidade na sua época que constitui passar ao uso dos coeficientes *input-output* diretamente.

7 Seton e a generalização para n setores da análise de Bortkiewicz

Além da representação das técnicas de produção em valores-trabalho, uma segunda limitação da solução de Bortkiewicz diz respeito à agregação em três setores. Seton [1957] é o primeiro a remover esta hipótese de agregação e estender para n setores a solução de Bortkiewicz¹⁴. Usando o presente esquema analítico, podemos “recuperar” o sistema de Seton com as seguintes equações

$$\mathbf{p} \hat{\Lambda}^{-1} = \left(\mathbf{p} \hat{\Lambda}^{-1} \right) \hat{\Lambda} \mathbf{A}^+ \hat{\Lambda}^{-1} (1+r)$$

Onde $\hat{\Lambda}$ é a matriz diagonal de valores-trabalho e a matriz $\hat{\Lambda} \mathbf{A}^+ \hat{\Lambda}^{-1}$ é formada por colunas cujos componentes representam o capital constante e variável de maneira desagregada por setor. Além disso:

$$25) \quad \boldsymbol{\rho} = \mathbf{p} \hat{\Lambda}^{-1}$$

Onde $\boldsymbol{\rho}$ é o vetor-linha com a razão preço-valor de cada mercadoria. Isto é:

$$26) \quad \boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho} \left(\hat{\Lambda} \mathbf{A}^+ \hat{\Lambda}^{-1} \right) (1+r)$$

Assim, Seton [1957] generaliza para n setores a solução original de Bortkiewicz. Sua taxa de lucro será dada por

$$27) \quad \alpha^*(\hat{\Lambda} \mathbf{A}^+ \hat{\Lambda}^{-1}) = \frac{1}{1+r^*}$$

onde $\alpha^*(...)$ representa o autovalor dominante (i.e., de maior módulo) da matriz quadrada em questão. Seguindo os teoremas de Perron-Froebenius, sabe-se que associado a este autovalor, só existirá um autovetor estritamente positivo, o que garante que a solução existe (i.e., possui significado econômico, pois só gera preços relativos positivos) e é única. Portanto, Seton (1957) é pioneiro também na demonstração da prova de existência e unicidade da solução do problema clássico do valor para o caso geral de n mercadorias.

É importante observar, porém, que a generalização para n setores através da representação das técnicas em agregados marxianos torna a notação do sistema de equações excessivamente “carregada”. Isto é, para definir as equações setoriais usando variáveis como capital constante e variável é necessário mencionar as proporções em que cada mercadoria entra como insumo na produção dos bens e,

(14) Seton cita Bortkiewicz (1907b), mas não faz nenhuma menção a Dmitriev ou Shibata.

logo, ocorre um desnecessário excesso de informação no sistema, como observa o próprio autor.

8 Sraffa e a generalização do sistema clássico

Diferentemente de autores como Dmitriev, Bortkiewicz, Shibata e Seton, cujas obras passaram quase que despercebidas nos meios acadêmicos mais influentes, a contribuição de Sraffa (1960) ganha atenção nos principais periódicos de economia gerando uma série de amplos debates sobre diversos temas. Essencialmente, os debates em torno do autor se desenvolvem em duas frentes: a crítica da teoria marginalista e a busca em solucionar a uma série de problemas da tradição clássica.

Antes de iniciarmos a análise da contribuição do autor, é importante lembrar o contexto em que Sraffa desenvolveu suas ideias: o autor inicia os estudos de economia na Itália no início do século XX, onde a figura de W. Pareto era a grande referência, e também sob a influência de A. Marshall, que constituía a versão mais difundida da teoria marginalista a época (Roncaglia, 2006). Portanto, ao que todas as fontes historiográficas indicam, Sraffa desenvolve suas ideias de forma independente dos autores analisados anteriormente – o que é corroborado pelo fato de sua exposição formal ser completamente diferente (como veremos) e, especialmente, pelo método de tomar as quantidades como dadas, não estar presente em nenhum desses autores, que quase sempre supunham explícita ou implicitamente, retornos constantes de escala.

Além disso, durante o longo período entre o desenvolvimento das ideias e a publicação das mesmas (mais de 30 anos), já se sabe que Sraffa teve acesso a alguns destes autores. Com a disponibilização ao público dos arquivos do autor, devido a divulgação feita por Sweezy, em 1943 ele teve acesso a Bortkiewicz e, posteriormente, a Dmitriev (Gehrke; Kurz, 2006). Todavia, apesar de Sraffa ter tido acesso a muitas contribuições de Bortkiewicz, não consta que o autor teve acesso ao seu artigo mais famoso, analisado aqui, e cujos resultados foram apresentados por Sweezy (Gehrke; Kurz, 2006).

Como estamos apenas lidando com produção simples (i.e., cada processo produtivo gera apenas um produto final), não discutiremos a parte da contribuição do autor que concerne à aplicação do método clássico ao problema do valor no caso de produtos múltiplos (produção conjunta pura, capital fixo e terra) e nem a parte onde se discute a escolha de técnicas de produção que minimizam custos, cujos principais resultados serviram de base para a crítica da teoria neoclássica no que ficou conhecido posteriormente como a “Controvérsia do Capital”. É importante lembrar que ao contrário dos autores mencionados anteriormente, além de estender a análise clássica, Sraffa (1960) buscava explicitamente fazer a crítica da teoria marginalista do valor - outro tema que não será abordado neste trabalho.

No que concerne diretamente à discussão em relação à problemática clássica do valor e da “transformação” de Marx, o trabalho possui quatro contribuições centrais:

1) Apenas com os coeficientes de trabalho direto e indireto e o salário real é possível determinar os preços relativos - generalizando o modelo de Dmitriev sem supor que há um fim para a redução a trabalho datado.

2) Não é necessário conhecer os valores-trabalho para calcular preços e taxa de lucro, bastam os coeficientes técnicos de mercadorias, os de trabalho direto e o salário real – generalizando o resultado antecipado por Shibata (1933) para um sistema com três mercadorias (2 básicas e uma não-básica).

3) É possível calcular a taxa de lucro antes de determinar os preços – generalizando a ideia de Ricardo e Marx - no caso em que o salário real é dado e antecipado, através do sistema-padrão.

4) Os salários reais podem variar e disputar o excedente, com a taxa de lucro podendo ser a variável distributiva exógena, ao invés do salário real como em Marx e Ricardo¹⁵.

Seguindo os clássicos, Sraffa (1960, cap. 2] supõe salários antecipados e fixados em uma cesta de mercadorias **b** como na equação (1.17). Devido a sua proposta metodológica – cuja inspiração é a economia clássica – Sraffa (1960) não supõe leis de retornos e toma as produções setoriais como dadas. Sua representação básica de técnicas serve para enfatizar esta visão, sendo na seguinte forma

$$A_{ii} \oplus \dots \oplus A_{ni} \oplus L_i \rightarrow x_i \text{ unidades da mercadoria } i$$

Que nada mais é, após uma mudança nas unidades, que a representação apresenta dano início do presente trabalho se dividirmos todos os membros pela escala de produção (neste caso, igual à produção bruta) x_i . É importante deixar claro que esta mudança de unidades não significa que estamos supondo retornos constantes de escala, mas apenas uma mudança nas unidades das mesmas quantidades de produzidas de antes, como observou Newman (1961).

Portanto, o sistema sraffiano será dado por:

$$28) \quad \mathbf{p} = (1+r)(\mathbf{pA} + \mathbf{wl})$$

(15) Esta possibilidade não será discutida no presente trabalho. Todavia, merece ser lembrada, pois marca uma diferença entre Sraffa e outros autores clássicos que o precederam. Outra conclusão original e não menos crucial do autor no âmbito de produção simples, mas que não será explorada aqui é a que diz respeito à ausência de relação regular entre mudanças na distribuição e preços relativos, o que inviabiliza a ideia marginalista de que uma elevação (queda) do salário real causará um aumento (queda) dos preços relativos dos bens “intensivos em trabalho”. No caso geral não é possível ordenar bens de acordo com a intensidade em que capital e trabalho são empregados.

Definindo a matriz “sócio-tecnológica” como na equação (1.18), o sistema de preços pode ser reescrito como:

$$29) \quad \mathbf{p} = \mathbf{pA}^+(1+r)$$

Fixando um numerário, o sistema fica determinado e o teorema de Perron-Frobenius¹⁶ garante que só haverá um vetor de preços positivos associado à taxa de lucro uniforme positiva:

$$30) \quad \alpha^* \mathbf{p}^* = \mathbf{p}^* \mathbf{A}^+$$

Em outras palavras o sistema de preços e a taxa de lucro existem (e possuem significado econômico) e são únicos. A taxa de lucro r^* será dada pela equação¹⁷:

$$31) \quad \alpha^*(\mathbf{A}^+) = \frac{1}{1+r^*}$$

Assim, para o caso geral de n mercadorias – supondo que cada processo gera apenas um produto final e não há capital fixo – fica provada a existência de uma solução única com significado econômico (i.e. taxa de lucro e preços positivos) para o problema de obter preços e taxa de lucro simultaneamente a partir da tecnologia e do salário real – e sem conhecer o trabalho incorporado em cada mercadoria.

No caso em que a taxa de lucro fosse nula, o sistema seria dado por:

$$32) \quad \mathbf{p} = \mathbf{pA} + \mathbf{wl}$$

Se normalizarmos os preços em relação ao salário nominal, o vetor de preços será:

$$33) \quad \mathbf{p}^* = \mathbf{l}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{\Lambda}$$

Que nada mais é do que o vetor de valor-trabalho. Ou seja, apenas no caso em que toda a produção vai para os salários, os preços em trabalho comandado serão iguais ao total de trabalho direto e indireto, isto é, vale a teoria do valor-trabalho.

No caso em que os salários são zero, a taxa de lucro será máxima e finita:

$$\mathbf{p} = \mathbf{pA}(1+R)$$

Onde R representa a taxa de lucro máxima, que será finita, pois em um sistema em que não é possível hierarquizar a cadeia produtiva a partir de um

(16) Novamente, aqui é importante realçar a diferença entre o esquema analítico que estamos usando e a contribuição original do autor. Sraffa (1960) não faz uso dos teoremas de Perron-Frobenius. Newman (1961) é o primeiro autor a aplicar esse instrumento ao sistema de preços de Sraffa.

(17) Neste trabalho para a taxa de lucro associada ao autovalor de $\mathbf{A}^+$ será usado o símbolo r^* ; a taxa de lucro máxima – no caso em que os salários são zero, determinada pelo autovalor de $\mathbf{A}$ – será representada por R .

processo originário que não usa capital nunca é possível reduzir todo o capital adiantado somente a salários¹⁸.

Uma vez ilustrada brevemente a contribuição de Sraffa, fica mais simples a comparação com a solução de Seton [1957]. Como pode ser visto nas equações acima, o sistema de Seton (1957) é excessivamente “carregado” em informação em relação ao sistema sraffiano. Isso não gera nenhum ganho de informação, pois a solução do sistema de Sraffa é a mesma que a do sistema acima:

$$34) \quad \alpha^*(\mathbf{A}^+) = \alpha^*(\hat{\mathbf{A}} \mathbf{A}^+ \hat{\mathbf{A}}^{-1}) = \frac{1}{1+r^*}$$

8.1 Redução a trabalho datado como uma série infinita

Um segundo resultado importante de Sraffa [1960] é a demonstração de que os preços podem ser reduzidos a quantidades de trabalho datado. Diferentemente de Ricardo e Dmitriev, e em comum com Marx, não há nenhum estágio da cadeia produtiva em que não se usa algum meio de produção produzido, portanto, a redução a trabalho datado é infinita. Supondo salários antecipados, a redução será da forma:

$$35) \quad \mathbf{p} = (1+r)w[\mathbf{I} + (1+r)\mathbf{I}\mathbf{A} + (1+r)^2\mathbf{I}\mathbf{A}^2 + \dots + (1+r)^k\mathbf{I}\mathbf{A}^k + \dots]$$

Para um dado salário real e fixando um numerário, o sistema fica determinado como em Dmitriev. Todos os processos usam insumos produzidos, isto é, a matriz que representa a tecnologia do sistema não precisa ser como a usada para representar Ricardo e Dmitriev, pois mercadorias são produzidas por meio de mercadorias (isto é, todos os elementos podem ser positivos), o que faz com que a produção seja um processo integralmente circular¹⁹, sendo impossível chegar a um estágio da cadeia produtiva que não usa insumos produzidos.

8.2 O método sequencial e a mercadoria-padrão

A partir das magnitudes de trabalho incorporado em cada mercadoria (valores-trabalho) Marx obtém a taxa de lucro sob a forma de uma equação de excedente no sentido de Garegnani (1984), isto é, que expressa explicitamente a relação inversa salários e lucros. Em termos físicos, a taxa de lucro é a razão entre o excedente (produto bruto menos o consumo intermediário, incluindo os salários) e o consumo intermediário (capital adiantado). A medida usada por Marx para somar os elementos heterogêneos que compõem o excedente e o capital adiantado da economia é o valor-trabalho, de forma que a taxa de lucro é a razão entre o

(18) Onde $\alpha^*(\mathbf{A})$ nunca é zero de forma que a taxa de lucro será sempre finita.

(19) Formalmente, se a matriz $\mathbf{A}$ não é triangular superior então $\mathbf{A}^n \neq \mathbf{0}$, porém, se $r < R$, a série infinita será convergente – o que garante a possibilidade de reduzir preços a quantidades de trabalho datado mesmo quando não há um processo “final”.

trabalho incorporado no excedente (mais-valia) dividida pelo total de trabalho incorporado nos meios de produção (capital constante) e na massa de salário real (capital variável).

As críticas posteriores, a partir de Bortkiewicz, deram bastante ênfase ao aspecto “sucessivista” do método marxiano: não é possível calcular a taxa de lucro “antes” dos preços relativos. Uma variável influencia a outra de forma que o procedimento simultâneo deve ser empregado para não haver raciocínio circular: a partir dos coeficientes técnicos (sejam eles de mercadorias ou de trabalho incorporado) e do salário real obtém-se simultaneamente taxa de lucro e preços.

Todavia, ainda que a proposição simultaneísta seja sempre válida, o uso do sistema-padrão permite de fato a determinação da taxa de lucro “antes” dos preços no caso em que o salário real é dado e antecipado, [Sraffa, 1960]. O produto bruto padrão é definido pela seguinte propriedade de sistemas lineares:

$$36) \quad \alpha^* \mathbf{x}^* = \mathbf{A}^+ \mathbf{x}^*$$

Matematicamente $\mathbf{x}^*$ corresponde ao autovetor direito de $\mathbf{A}^+$. Colocando o produto líquido padrão em evidência, segue-se que:

$$37) \quad \mathbf{y}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^+) \mathbf{x}^* = r^* \mathbf{A}^+ \mathbf{x}^*$$

Assim, fica clara a característica da mercadoria-padrão: assim como no modelo apresentado no “Ensaio” por Ricardo, o produto é uma grandeza homogênea em relação aos insumos. Ao invés de um bem (isto é, um escalar) que é insumo e produto, no sistema padrão é uma cesta de mercadorias (isto é, um vetor) que possui essa propriedade.

Assim como no caso do setor que produz trigo por meio de trigo, para qualquer sistema de preços relativos, o vetor de produção líquida $\mathbf{y}^*$ é um múltiplo r^* do vetor de capital adiantado $\mathbf{A}^+ \mathbf{x}^*$. A taxa de lucro máxima – pois os salários estão dados ao nível de subsistência – será dada pela raiz de Perron-Froebenius da matriz $\mathbf{A}^+$ - a mesma do sistema de preços.

Portanto, assim como em Ricardo e Marx, a taxa de lucro pode, de fato, ser calculada sequencialmente - isto é, antes de determinar os preços relativos - a partir do salário real e das condições técnicas de produção. Basta que se conheça a proporção em que as quantidades de mercadorias entram no produto bruto padrão. Embora o procedimento envolva de alguma maneira o uso de equações simultâneas para obter as quantidades relativas, não foi preciso calcular os preços ao “mesmo tempo” que a taxa de lucro. Para calcular os preços relativos é preciso apenas inserir a já conhecida taxa de lucro r^* nas equações de preços para qualquer numerário.

Desta maneira, a taxa de lucro de Marx estaria errada não porque torna o sistema de preços sobre determinado, mas sim porque usa a composição orgânica do agregado da economia:

$$38) \quad \frac{C}{V} = \frac{\Lambda \mathbf{Ax}}{\Lambda \mathbf{blx}}$$

Enquanto que o correto seria a “composição orgânica padrão” (que não possui os bens de luxo, visto que o sistema-padrão só possui bens básicos):

$$39) \quad \frac{C^*}{V^*} = \frac{\Lambda \mathbf{Ax}^*}{\Lambda \mathbf{blx}^*}$$

Como mostrado por Abraham-Frois e Berrebi [1979], com esta composição orgânica “correta”, a equação marxiana para a taxa de lucro é válida, pois pré-multiplicando a equação do produto líquido padrão pelo vetor de trabalho incorporado e isolando r^* , obtém-se:

$$40) \quad r^* = \frac{\Lambda(\mathbf{I} - \mathbf{A}^+) \mathbf{x}^*}{\Lambda \mathbf{Ax}^* + \Lambda \mathbf{blx}^*} = \frac{e}{\frac{C^*}{V^*} + 1}$$

Isto é, usando a “composição orgânica padrão” (logo, removendo os bens de luxo, pois estes não fazem parte do sistema-padrão), a taxa de lucro marxiana estaria correta. Esta solução não é um caso particular para o caso em que a economia esteja no sistema-padrão: qualquer sistema possui uma mercadoria-padrão e, logo, a taxa de lucro r^* sempre pode ser obtida. Evidentemente não há necessidade de falar em valores-trabalho para obter r^* , uma vez que esta seria dada pela razão entre o produto líquido padrão e o capital adiantado padrão, o que apenas mostra que o “problema da transformação” é falso, porém, a concepção geral de Ricardo e Marx de determinar de forma separada distribuição e preços relativos permanece válida.

8.3 Os dois postulados de invariância, o sistema padrão e o modelo de Von Neumann

O procedimento de Marx é um exemplo do método clássico de calcular a taxa de lucro como o excedente produzido em relação ao consumo necessário, onde a medida do excedente, trabalho incorporado, independe da taxa de lucro e valem, por suposição, as duas invariâncias.

Todavia, no caso geral, os dois postulados de invariância não possuem nenhuma razão teórica para valerem. Uma vez adotado o procedimento simultaneísta, ou mesmo o sequencial através do sistema-padrão, e fixando um numerário qualquer não valerão as duas invariâncias.

Com a solução de Bortkiewicz, a literatura posterior passou a dar bastante ênfase na necessidade de i) calcular os preços relativos e taxa de lucro simultaneamente e ii) obter as duas invariâncias de Marx. Conseguir obter os 2 objetivos mencionados passou a ser considerado como solução do “problema da transformação”, como apontam Morishima & Catephores (1978).

Como foi visto acima, a “transformação” como “solução” (como proposto por Marx) é equivocada, mas, se vista como parte da problemática clássica do valor, o problema foi solucionado por Dmitriev, usando variáveis marxianas por Bortkiewicz e Seton, e posteriormente generalizado por Sraffa. Em relação ao “problema da transformação” *per se*, perseguido pela tradição marxista posteriormente, porém, as soluções são completamente restritas a casos particulares de forma que não seria um exagero dizer que é um problema que não possui solução – ou simplesmente, um falso problema.

Os casos em que valeria a “transformação strictu-senso” seriam de pouco relevância, entre eles os casos em que o sistema de produção possui todas as mercadorias produzidas usando a mesma composição orgânica de capital, em que só se usa trabalho direto (uma economia composta por várias ilhas de Robinson Crusoe, que trocam entre si os produtos finais como na macroeconomia mainstream atual) ou em que a taxa de lucro fosse zero. Nesses casos valeria a teoria do valor-trabalho.

O outro caso em que ocorreria transformação seria aquele em que o sistema efetivo opera às mesmas proporções da mercadoria-padrão [Abraham-Frois e Berrebi, 1984]. A taxa de lucro r^* poderia ser calculada como na sessão anterior ou simultaneamente. A diferença é que a escala *efetiva* de produção será dada pelo sistema padrão, pois o excedente é todo reinvestido (e os trabalhadores não poupam) no próprio setor - isto é, supõe-se que vale a “Lei de Say” – de forma que o sistema de quantidades será dado por:

$$41) \quad \mathbf{x}^* = (1 + g)\mathbf{A}\mathbf{x}^*$$

Onde g é a taxa de crescimento uniforme das quantidades produzidas por setor, igual à r^* . Fixando um numerário marxiano, por exemplo, “soma dos preços igual à soma dos valores”, obtém-se o outro (“massa de lucro igual à massa de mais-valia”) e vice-versa. Isto é, vale a “transformação strictu-senso” [Abraham-Frois & Berrebi, 1979]. É interessante que esse é o caso descrito pelo modelo de von Neumann (1936): supondo um salário real exógeno e retornos constantes de escala, todos os setores crescem à taxa r^* , pelo lado das quantidades, e os preços são aqueles associados a esta mesma taxa – um caso muito particular para ser considerado uma solução para o “problema da transformação”.

De fato, não é surpreendente que as chamadas “Novas Soluções” para o “problema da transformação” – que se iniciam com Dumenil (1983)²⁰ – sejam apenas redefinições dos conceitos originais (i.e., das medidas em valor-trabalho) de forma a tentar recuperar as duas igualdades marxianas, visto que obtê-las usando os termos tradicionais do debate parece ser algebricamente impossível no caso geral, como vimos acima²¹.

9 Observações finais

Ao contrário do argumento de que a teoria clássica do valor teria sido abandonada por ser adequada apenas ao caso em que valeria a teoria do valor-trabalho (onde todas as mercadorias possuem a mesma proporção trabalho direto e indireto ou mesma “composição orgânica”) ou devido à crítica de Walras (1874), segundo a qual os clássicos incorriam em um raciocínio circular, o presente trabalho mostrou que a refutação destas críticas já havia sido feita no final do século XIX e início do século XX e que o método clássico de supor uma variável distributiva e a tecnologia como dados, para obter preços relativos e a outra variável distributiva é válido em condições bem mais gerais – uma conclusão que para muitos é atribuída a Sraffa (1960), mas é bem anterior a este, como vimos.

Da contribuição de Ricardo (1817) a proposição fundamental é a que diz respeito à taxa de lucro: esta só depende das condições técnicas de produção dos bens salários e possui uma relação inversa com o salário real. Para demonstrar tal proposição, Ricardo inicialmente pensa uma economia em que produto e insumos são todos da mesma natureza e preços relativos não são necessários para calcular a taxa de lucro. Em um segundo momento, Ricardo adota a teoria do valor-trabalho como teoria dos preços relativos mesmo sabendo que esta era insatisfatória.

Em Marx (1894) ocorre um avanço analítico em relação a esse aspecto: mercadorias não são trocadas de acordo com o trabalho incorporado, mas sim aos seus preços de produção. Além disso, através da variável “capital constante”, Marx elimina a possibilidade de existirem setores que não usam insumos produzidos presente em Ricardo dando maior realismo a representação dos processos produtivos como observou Leontief (1948) – o que torna difícil de aceitar a ideia de

(20) Ver Daou Lucas e Serrano (2011) para uma análise destas contribuições mais recentes.

(21) Diante dessa infrutífera, mas relativamente difundida, busca por soluções para um (falso) problema, é muito comum se perguntar por que ainda existe tanto esforço de pesquisa nessa direção. A resposta a esta pergunta não é trivial. O inevitável aspecto moral e ético que debates sobre distribuição de renda suscitam parece ser uma resposta possível (provavelmente, coexistindo com outras explicações válidas para o mesmo fenômeno). Uma incompreensão a respeito do papel analítico da teoria do valor na teoria econômica também é outro potencial candidato para explicar este fenômeno.

que Marx seria um “ricardiano menor” como alega Samuelson (1957)²². Como retrocesso em relação a Ricardona análise marxiana, temos a proposição de que as condições técnicas dos setores de luxo também afetam a taxa de lucro da economia. Além disso, os preços de produção marxianos não são os corretos, pois supõem que os insumos foram comprados a valores-trabalhos (o que só seria verdadeiro no caso particular em que vale a teoria do valor-trabalho).

Dmitriev [1898] introduz o uso de equações simultâneas na tradição clássica refutando a crítica de Walras (1874) – que atribui à teoria ricardiana um raciocínio circular, de “determinar duas variáveis com apenas uma equação”. Com isso demonstra de forma pioneira que a teoria clássica é válida em condições bastante gerais (além do caso em que vale a teoria do valor-trabalho). Todavia, sob o ponto de vista da representação dos processos produtivos o autor supõe a existência de setores originários que não utilizam insumos produzidos, sob influência da visão austríaca.

Bortkiewicz [1907b], por usar o esquema analítico marxiano (onde as técnicas são representadas de acordo com “capital constante” e “capital variável” ao invés de períodos de produção, como em Ricardo e Dmitriev), estende a solução simultânea para o caso em que a produção é integralmente circular - todavia, utilizando uma desnecessária agregação em três setores.

Shibata [1933] é o primeiro autor a abandonar a representação das técnicas em trabalho incorporado, antecipando as conclusões de Sraffa [1960] de que bastam as proporções em que as mercadorias são necessárias para produzir mercadorias e as mercadorias que compõem o salário real para obter os preços relativos e a taxa de lucro; além de mostrar implicitamente que não há necessidade de hipóteses sobre a composição da demanda agregada (isto é, tanto faz se a economia está em estado estacionário ou em expansão) e de agregação setorial.

Seton [1957] é o primeiro a generalizar explicitamente para n setores o método simultâneo representando as técnicas em trabalho incorporado *ala*

(22) A dificuldade em sustentar esta tese torna-se ainda maior quando se analisa a reconstrução matemática de Marx feita pelo autor. Samuelson (1957) apresenta um modelo linear de dois bens, sendo um deles básico e outro não-básico (i.e, o segundo bem é produzido usando o primeiro como insumo apenas, e o primeiro é produzido usando ele mesmo apenas como insumo). Neste modelo, devido ao fato de possuir apenas um bem básico, voltamos ao sistema ricardiano no *Ensaio*: o setor básico determina a taxa de lucro da economia independente dos outros. O uso deste modelo como exemplar da teoria do valor de Marx, portanto, revela uma incompreensão do problema clássico do valor: isto é, o de determinar os preços relativos e taxa de lucro quando preços relativos dependem da taxa de lucro (e vice-versa), o que só ocorre com mais de um bem básico. Em Samuelson (1971), a crítica é sobre a irrelevância dos valores-trabalho para a teoria do valor, superando a reconstrução questionável mencionada anteriormente. Todavia, a crítica de Samuelson (1971), apesar de formalmente correta, ignora os avanços em relação a Ricardo, sendo, portanto, problemática sob o prisma da evolução da teoria. Steedman (1977) também critica a irrelevância das medidas em valor-trabalho para a determinação dos preços e da distribuição – mas o alvo da crítica deste autor são os economistas marxistas.

Bortkiewicz, com o intuito de resolver o “problema da transformação”, mostrando que a determinação dos preços relativos requer o máximo de desagregação e que tal problema não possui solução e tampouco é relevante para determinar os preços e a taxa de lucro. Além disso, sob o ponto de vista formal, o autor é o primeiro a demonstrar a existência e unicidade do sistema de preços.

No que concerne o escopo do presente trabalho, Sraffa [1960] generaliza o método simultâneo tanto para a representação *input-output* (mercadorias) como para a representação em trabalho incorporado (redução a trabalho datado) – além de propor uma solução alternativa à teoria da distribuição, usando como fechamento do sistema a taxa de lucro²³, e analisar de forma exaustiva as complexas relações entre preços relativos e distribuição. Seus resultados, ao contrário dos autores que o precederam no tema, difundem-se de forma veloz e tornam-se objeto de debates nos principais periódicos da área. A ênfase do autor nas diferenças entre o método de análise que ele atribui aos economistas clássicos – no qual as quantidades produzidas são tratadas como dadas para a teoria do valor e, portanto, não se pode calcular o produto marginal dos fatores de produção – e o método marginalista (neoclássico), a extensão do método clássico para produção conjunta e a análise de escolha de processos de produção que minimizam custos constituem os elementos mais originais da contribuição do autor, e explicam boa parte da mais rápida e maior difusão do autor em comparação aos outros autores aqui discutidos.

Todavia, como defendido neste trabalho, muitos resultados associados ao autor já haviam sido demonstrados de forma consideravelmente robusta em décadas anteriores por outros autores. Desta forma, uma análise cuidadosa da evolução da teoria clássica do valor deveria relativizar parcialmente a originalidade da contribuição de Sraffa em produção simples. Neste ponto específico, os autores que o precederam já haviam chegado a conclusões muito próximas e, de fato, pode-se falar de um exagero a respeito do pioneirismo do mesmo, que parece decorrer do simples fato que os autores menos conhecidos aqui discutidos passaram praticamente despercebidos na Europa Ocidental e Estados Unidos na época em que publicaram seus trabalhos originais, o que não foi o caso do autor italiano²⁴. Ironicamente, foi justamente devido a Sraffa que muitos destes autores tiveram suas contribuições efetivamente reconhecidas e compreendidas.

Como já se sabe pelos manuscritos, Sraffa teve acesso a alguns trabalhos de Bortkiewicz e Dmitriev, de forma que seria interessante como linha de pesquisa futura uma investigação mais aprofundada a respeito da visão do autor italiano sobre estes autores, dando continuidade à pesquisa iniciada por Gehrke & Kurz (2006).

(23) Neste caso, o salário nominal será exógeno e o salário real será endógeno.

(24) Ainda que largamente ignoradas, tais contribuições não foram *completamente* ignoradas, porém. Lange (1935) provê uma clara apreciação da importância da contribuição de Shibata; assim como o faz Schumpeter (1932) em relação à Bortkiewicz.

Dada a época da maior parte das conclusões (final dos anos 1920, como o autor afirma em seu prefácio e como apontam os estudos recentes sobre seus manuscritos) e dada a considerável diferença formal, interpretativa e a presença de resultados bastante inovadores - produção conjunta e a teoria da escolha das técnicas, que foi a base para os resultados da Controvérsia do Capital - a hipótese de independência na obtenção dos resultados não parece estar em questão. Todavia, as razões para a omissão de referências a Dmitriev e Bortkiewicz parecem menos claras, merecendo maior escrutínio por parte dos estudiosos dos seus manuscritos.

Referências bibliográficas

ABRAHAM-FROIS, G.; BERREBI, E. *Theorie de la valeur, des prix e de l'accumulation*. Paris: Economica, 1976.

ABRAHAM-FROIS, G.; BERREBI, E. Le probleme de la transformation: solutions(s). *Econometrica*, Medford, MA, v. 52, n. 5, 1984.

BORTKIEWICZ, L. V. (1907a). Wertrechnung und preisrechnungim Marxschen system. *Archiv für Sozial wissenschaft und Sozial politik*, v. 25, n. 10-51, p. 445-488. Value and price in the Marxian system. *International Economic Papers*, v. 2, p. 5-60, 1952.

BORTKIEWICZ, L. V. (1907b). On the correction of Marx's fundamental theoretical construction in the third volume of *Capital*. In: VON BÖHM-BAWERK, E. *Karl Marx and the close of his system*. Philadelphia: Orion Editions, 1984.

DAOU LUCAS, G.; SERRANO, F. A transformação dos preços em valores-trabalho: uma análise crítica das abordagens “monetaristas” para a teoria do valor de Marx. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA POLÍTICA, 16, Uberlândia, 21-24 jun. 2011.

DMITRIEV, V. K. (1898). The theory of value of David Ricardo. Reprinted in: NUTI, D. M. (Ed.). *Economic essays on value, competition and utility*. Cambridge, Mass.: Cambridge University Press, 1974.

DUMENIL, G. Beyond the transformation riddle: a labor theory of value. *Science and Society*, Brooklyn, NY, v. XLVII, n. 2, p. 427-450, 1983.

EATWELL, J.; MILGATE, M.; NEWMAN, P. *The new Palgrave*. Macmillan, 1987.

GAREGNANI, P. Value and distribution in the classical economists and Marx. *Oxford Economic Papers*, v. 36, n. 2, p. 291-325, 1984.

GEHRKE, C. Dmitriev, Vladimir Karpovich. In: KURZ, H.; SALVADORI, N. *The Elgar Companion to classical economics*. Cheltenham, UK: Edward Elgar, 1998.

- GERHKE, C. KURZ, H. Sraffa on von Bortkiewicz: reconstructing the classical theory of value and distribution. *History of Political Economy*, v. 38, n. 1, 2006.
- HOLLANDER, S. Sraffa and the interpretation of Ricardo: the Marxian dimension. *History of Political Economy*, v. 2, n. 2, 2000.
- KURZ, H.; SALVADORI, N. *Theory of production, a long period analysis*. Cambridge University Press, 1995.
- KURZ, H.; SALVADORI, N. *The Elgar companion to classical economics*. Cheltenham, UK: Edward Elgar, 1998.
- KURZ, H.; SALVADORI, N. Classical roots of input-output analysis: a short account of its long prehistory. *Economic Systems Research*, v. 12, n. 2, 2000.
- LANGE, O. Marxian economics and modern economic theory. *The Review of Economic Studies*, v. 2, n. 3, p. 189-201, Jun. 1935.
- LEONTIEF, W. The significance of Marxian economics today. v. 28, n. 1, Supplement, Papers and Proceedings of the Fiftieth Annual Meeting of the American Economic Association. *American Economic Review*, p. 1-9, Mar. 1938.
- LOPES, F. The Ricardo Puzzle. *History of political economy*. [s.l.: s.n.] 2008.
- MARX, K. *Capital* New York: International Publishers, 1894. v. III. Available at: www.marxists.org.
- MARX, K. *Theories of surplus-value*. [s.l.: s.n.] 1863. Available at: <http://www.marxists.org/archive/marx/works/1863/theories-surplus-value/>.
- MEEK, R. L. Mr. Sraffa's rehabilitation of classical economics. *Scottish Journal of Political Economy*, v. 8, p. 119-136, 1961.
- MORISHIMA, M.; CATEPHORES, G. *Value, exploitation and growth*. London: McGraw Hill, 1978.
- NEWMAN, P. Production of commodities by means of commodities. *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, v. 98, p. 58-75, 1962.
- NUTI, D. M. Preface. In: DMITRIEV, V. K. *Economic essays on value, competition and utility*. Cambridge University Press, 1974.
- PASINETTI, L. *Lectures on the theory of production*. London: Macmillan, 1977.
- PEACH, T. *Interpreting Ricardo*. Cambridge University Press, 1993.
- RICARDO, D. Ensaio sobre a influência do baixo preço do cereal sobre os lucros do capital. In: NAPOLEONI, C. *Smith, Ricardo, Marx*. Rio de Janeiro: Edição Graal, 1978.

RICARDO, D. (1817). *The works and correspondence of David Ricardo*, v.1. Edited by Piero Sraffa with M. H Dobb. Liberty Fund Inc. Originalmente publicado por Cambridge University Press, 1951-73.

RONCAGLIA, A. *The wealth of ideas: a history of economic thought*. Cambridge University Press, 2006.

SAMUELSON, P. Wages and interest: a modern dissection of Marxian economic models. *The American Economic Review*, v. 47, n. 6, p. 884-912, Dec. 1957.

SAMUELSON, P. Understanding the Marxian notion of exploitation: a summary of the so-called transformation problem between Marxian values and competitive prices. *Journal of Economic Literature*, v. 9, n. 2, p. 399-431, 1971.

SCHEFOLD, B. Von Neumann and Sraffa: mathematical equivalence and conceptual difference. *The Economic Journal*, v. 90, n. 357, p. 140-156, Mar. 1980.

SCREPANTI, E.; ZAMAGNI, S. An outline in the history of economic thought. 2nd. ed. Oxford University Press, 2005.

SCHUMPETER, J. Obituary: L. V. Bortkiewicz. *The Economic Journal*, v. 42, n. 166, p. 333-340, Jun. 1932.

SETON, F. The transformation problem. *Review of Economic Studies*, v. 25, p. 149-60, 1957.

SHIBATA, K. The meaning of the theory of value in theoretical economics. *Kyoto University Economic Review*, v. VIII, p. 49-68, 1933.

SRAFFA, P. Introduction. In RICARDO, D. *The works and correspondence of David Ricardo*. [s.l.: s.n.] 1951-73.

SRAFFA, P. *Production of commodities by means of commodities*. Cambridge University Press, 1960.

STEEDMAN, I. *Marx after Sraffa*. London: New Left Books, 1977.

SWEEZY, P. *The theory of capitalist development*. New York: Oxford University Press, 1942.

VIANELLO, F. Labour theory of value. In: EATWELL, J.; MILGATE, M.; NEWMAN, P. *The New Palgrave*. Macmillan, 1987.

VON NEUMANN, J. Über einökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes. *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, v. 8, p. 73-83, 1945-46. English translation. A model of general economic equilibrium. *Review of Economic Studies*, v. 13, n. 1, p. 1-9, 1937.

WALRAS, L. [1874]. *Elementos de economia política pura*. São Paulo: Abril Cultural, 1988.